

Cincuenta éxitos en el solitario triangular

Antonio Bernal González

Introducción

Tenemos unos amigos –la familia Marín Vicente– con quienes nos reunimos de vez en cuando, hacemos un asado, jugamos petanca y nos relajamos una tarde entera conversando sobre los temas habidos y por haber. Miguel es el hijo mayor –hoy tiene catorce años– y, aunque participa sin problemas en las actividades de los adultos, siempre que viene, y lo hace desde muy niño, se entretiene un buen rato jugando con una colección de rompecabezas de ingenio que tengo desde hace años. Lo que me llama la atención, es que el juego que más le gusta es el que menos buscan mis amigos y parientes cuando vienen a visitarme, uno de los que

menos referencias tiene en la Red y también uno de los que menos ha desgastado las neuronas a los matemáticos: el solitario triangular, que se ha convertido para él en una especie de reto asociado a mi casa.

El juego es la variación de otro que en mi niñez conocí con el nombre de "paciencia", ese sí un clásico, llamado por los matemáticos "solitario de 33 casillas", sobre el que hay abundante literatura y al que Gratz le dedica un capítulo muy completo en "Enigmas, entretenimientos y curiosidades matemáticas". La diferencia esencial es que en este último las casillas están dispuestas en un arreglo rectangular (cartesiano) mientras que en el triangular lo hacen en forma de

triángulos equiláteros como en una plantación de árboles en tresbolillo.

Animado por el entusiasmo que este juego ha despertado en Miguel durante varios años, me decidí a hacer un pequeño estudio sobre él, nada del otro mundo, del que sale este escrito al que, para darle categoría sin querer aparentar lo que no es, he llamado "nanolibro".

No sobra decir que el nanolibro viene acompañado por un juego que tuve que hacer con mis propias manos porque no se consigue en el mercado: el solitario triangular de 28 casillas. El más común es el de 15 y es posible que buscando y rebuscando, se encuentre por ahí alguno de 21 casillas.

Así pues que este nanolibro, no sólo está dedicado a Miguel, sino que fue escrito para él.

Gavà, noviembre de 2013

Antonio Bernal González

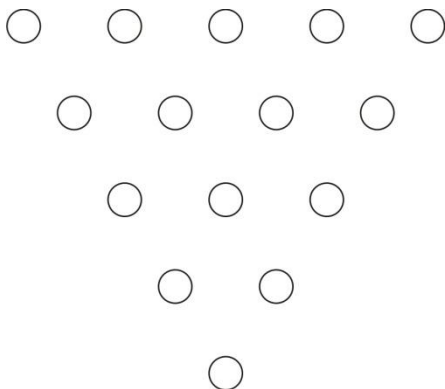
Contenido

Capítulo 1. El solitario triangular	11
Capítulo 2. Solitarios menores	21
Capítulo 3. Triángulo disminuido de 14 casillas	29
Capítulo 4. Triángulo de 15 casillas	41
Capítulo 5. Jugadas finales	43
Capítulo 6. Solitarios de 21 y 28 fichas	47

Capítulo 1. El solitario triangular

Descripción del tablero

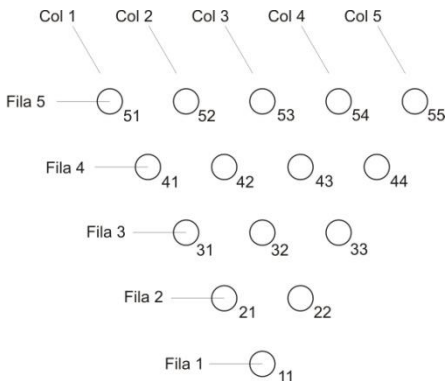
Como su homólogo rectangular (solitario de 33 o 37 casillas), el solitario triangular consta de un tablero en el que se colocan fichas que se deben quitar según unas reglas definidas, hasta dejar sólo una. El lograr esta meta constituye lo que se llama un *Éxito*. Las casillas están dispuestas de tal manera que forman triángulos equiláteros y el número total de casillas cambia siguiendo el orden de los llamados *números triangulares*: 3, 6, 10, 15, 21, 28. El más común es el de 15 casillas (figura 1.1) aunque eventualmente he visto alguno de 21. Para superar esos tamaños, acompaño a este libro con un juego de 28 casillas.



1.1 Solitario triangular de 15 casillas

Numeración de casillas

Para analizar el juego es necesario tener una numeración de las casillas y, a falta de una conocida, decidí inventar una



1.2 Numeración de las casillas

propia. El tablero se coloca con un vértice hacia abajo y las filas horizontales se enumeran de 1 en adelante. Así, la fila 1 tendrá sólo una casilla, la fila 2 tendrá dos, etc. En cuanto a las columnas, la primera de la

izquierda, que baja en diagonal de izquierda a derecha, es la 1; la que le sigue hacia la derecha será la dos, etc. En el dibujo, el primer número de cada casilla es la fila y el segundo la columna.

Convenciones

En todas las figuras adoptaremos las siguientes convenciones:

Una casilla desocupada se representa con un círculo blanco

Una casilla ocupada se representa con un círculo negro

Una casilla anulada o inexistente se representa con un círculo gris

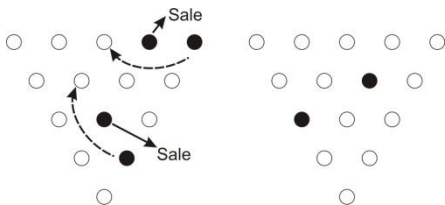
Para denominar las jugadas, simplemente se escribe, para cada una, el número de donde parte la ficha que

se mueve, según la numeración de la figura 1.2. Si tiene dos destinos posibles, se pone un denominador con el número de la casilla de destino. Por ejemplo: 21 significa que se mueve la ficha de la casilla 21 para el único destino que es posible en ese momento. Pero si tiene dos destinos posibles, por ejemplo, el 41 y el 44 y se quiere ir a este último, la jugada sería 21/44. Una jugada triple (descrita más abajo) se denomina poniendo entre paréntesis los números de las casillas de las tres fichas removidas. Por ejemplo (33, 43, 53)

Jugada simple

Una jugada consiste en saltar con una ficha por encima de una contigua, hasta una casilla vacía adyacente a la saltada, y sacar del tablero la ficha saltada. El

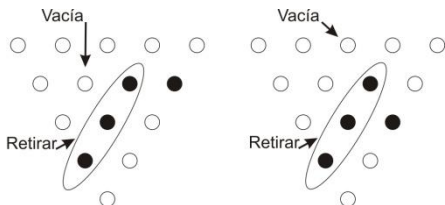
salto debe ser en línea recta y puede hacerse en cualquier dirección siempre y cuando las dos fichas estén a la mínima distancia posible y la casilla vacía haga línea recta con ellas. En la figura 1.3 se ilustran dos jugadas posibles (a la izquierda) y una imposible.



*1.3 Jugadas posibles a la izquierda;
jugada imposible a la derecha*

Jugada triple

Cuando hay tres fichas en línea y una de las de los extremos tiene a un



1.4 Jugada triple

lado una ficha y al otro una casilla vacía, se pueden tomar las tres en línea, dejando la existente. Esta jugada, llamada triple, resulta de tres movimientos que se pueden realizar con las fichas dispuestas como se describió, y es muy conveniente para acelerar el juego y para visualizar varias jugadas a un mismo tiempo. En la figura 1.4 se muestran dos casos de jugada

triple cuyas secuencias completas serían las siguientes:

Figura de la izquierda: 44 21 42. Observa que el resultado final de estas tres jugadas es equivalente a retirar del tablero las tres fichas encerradas dentro de la elipse.

Figura de la derecha: 33 21 53

Objetivo del juego. El Éxito

Para jugar al solitario se llena el tablero con las fichas y luego se quita una de ellas. La meta consiste en realizar una secuencia de jugadas simples o triples, hasta que quede una sola ficha en el tablero. En ese caso se dice que se obtuvo un *Éxito*. Un éxito admirado (*Éxito!*) se obtiene cuando queda solo una ficha en la casilla vacía original.

No es necesario que el juego se desarrolle en el tablero completo sino que se pueden cubrir algunas de las casillas (casillas anuladas) y jugar en un tablero reducido, como se verá en los capítulos siguientes.

En el juego que viene con el nanolibro las fichas están coloreadas por un lado, para jugar. El otro lado, el de color natural de la madera, se usa para cubrir las casillas que no se desea que entren en el juego (casillas anuladas).

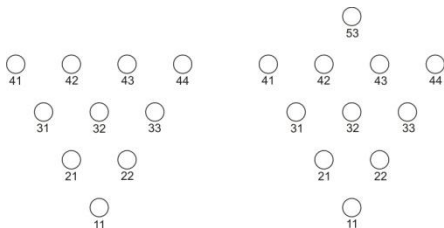
Capítulo 2. Solitarios menores

Triángulos de 3 y 6 casillas.

En el tablero de 3 casillas (filas 1 y 2) es imposible toda jugada puesto que no hay grupos de tres casillas en línea. En el de 6 (filas 1, 2 y 3) sólo hay posibilidad de jugar si se deja libre una de las casillas de los vértices. Entonces únicamente se pueden hacer jugadas obligadas que llevan a que al final queden dos fichas en el tablero.

Triángulo de 10 casillas

El tablero triangular de 10 casillas (filas 1, 2, 3 y 4) mostrado en la figura 2.1 a la izquierda, es el más pequeño en el que se puede desarrollar un juego. Se puede jugar dejando como casilla inicial libre la 11, la 21 o la 32 puesto que cualquiera



2.1 Triángulo de 10 casillas y árbol de navidad de 11 casillas

otra es una rotación o una simetría de alguna de esas tres. Por ejemplo, la 41 es semejante a la 11 y la 42 a la 21, mientras que la 31 o la 33 lo son a la 21.

Casilla vacía 11

A pesar de los muchos intentos, no me ha sido posible resolver este problema. Un buen reto sería demostrar que el

solitario triangular de 10 casillas no se puede resolver si al principio se deja vacía la casilla 11.

Casilla vacía 32

En este caso el solitario de 10 casillas es imposible porque no se puede mover ninguna ficha.

Casilla vacía 21

Jugadas: 41 11 43/41 44 33/11 11 31 44.
Éxito en 22

Árbol de navidad de 11 casillas

Se cubren la fila 6 y la 7 y las casillas 51, 52, 54 y 55. Queda la figura de un árbol de navidad invertido, formado por 11 fichas, equivalente al solitario de 10 casillas más la número 53, como se muestra en la figura 2.1 a la derecha. En

este caso puede quedar libre para arrancar el juego cualquiera de las siguientes casillas: 11, 21, 31, 41, 42 o 53

Casilla vacía 11

Jugadas: 33 31 11 44 53 22 41 44 31.
Éxito en 53

Casilla vacía 21

Jugadas: 43 41 21 44 41 (53 43 33) 11.
Éxito en 33

Casilla vacía 31

Jugadas: 11 41 53 44 22 21 (42 43 44).
Éxito! en 31

Jugadas: 11 41 53 44 21/43 31 (53 43 33). Éxito en 22

Casilla vacía 41

Jugadas: 21 53 44 (31 32 33) 11 41 33.
Éxito en 53

Casilla vacía 42

Jugadas: 44 41 22/44 44 (31 42 53) 11
31. Éxito en 33

Casilla vacía 53

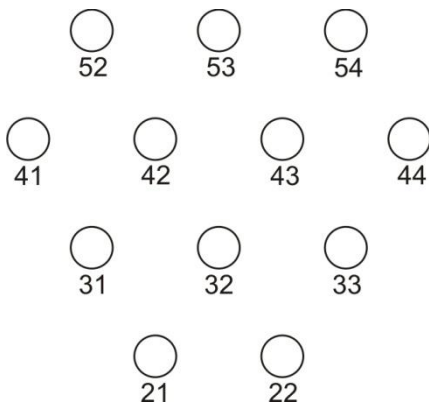
Jugadas: 33 11 21 41 53 21 44
41 33. Éxito! en 53

Casilla vacía 32

No hay jugada posible.

Hexágono de 12 casillas

Se cubren las filas 6 y 7 y las casillas 11, 51 y 55, como se muestra en la figura 2.2. En este caso se puede jugar dejando libre al iniciar las casillas 21, 31



2.2 Exágono de 12 casillas

o 32, pues las demás son rotaciones o simetrías de éstas.

Casilla vacía 21

Jugadas: 43 52 22 41 44/42 21
41 (33 43 53). Éxito en 54

Jugadas: 41 53 22 54 21/43 52
(31 32 33) 44. Éxito en 42

Casilla vacía 31

Jugadas: 53 44 21 54 41/21 21
52 33 22 53. Éxito! en 31

Jugadas: 53 44 21 54 41 21 22
(44 43 42). Éxito en 52

Jugadas: 53 22 54 (31 32 33) 52
21 44 41. Éxito en 43

Jugadas: 33 52 44 41 22 21 (41,
42 43) 54. Éxito en 52

Casilla vacía 32

Jugadas: 54 41 52 21 44 41 22
33 54 52. Éxito! en 32

Jugadas: 54, 41, 52, 21, 44, 41,
(54, 43, 32), 22. Éxito en 44

Capítulo 3. Triángulo disminuido de 14 casillas

Si al triángulo de 15 casillas (filas 1 a 5) le anulamos una, queda un solitario de 14 casillas en el que se pueden realizar varios éxitos.

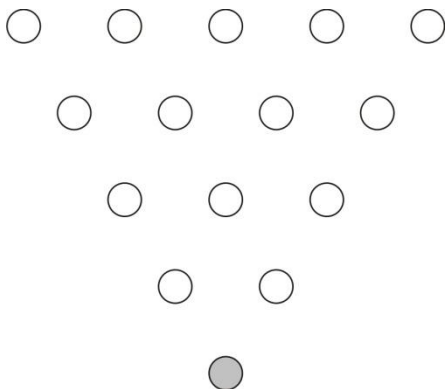
Casilla anulada 11

Si anulamos la casilla 11 (figura 3.1) se pueden realizar juegos dejando vacía una de estas casillas: 21, 31, 41, 42, 51, 52.

Casilla vacía 21

Jugadas: 41 53 (31 32 33) 54 55 21 51 (53 43 33). Éxito en 22

Jugadas: 41 53 (31 32 33) 54 55 22 21 41 53 44. Éxito en 22



*3.1 Triángulo disminuido de 14
casillas, anulada la 11*

Jugadas: 41 53 (31 32 33) 54 55 22 21
44 51 53. Éxito en 31

Jugadas: 41 53 (31 32 33) 54 55 22 21
51 44 53. Éxito en 31

Casilla vacía 31

Jugadas: 33 55 22 53 33 55 41 21 51 52
54 31. Éxito en 33

Jugadas: 53 44 55 (31 32 33) 52 51 22
21 41 53. Éxito en 33

Jugadas: 53 44 55 (31 32 33) 52 51 22
21 53 31. Éxito en 51

Casilla vacía 41

A pesar de los muchos intentos, no
logré un éxito dejando libre la casilla 41

Casilla vacía 42

Jugadas: 22 54 52 55 44 41 53 21 51 (31
32 33). Éxito en 22

Casilla vacía 51

Jugadas: 53 55 32/54 54 51 41 44 21 41
(33 43 53). Éxito en 22

Casilla vacía 52

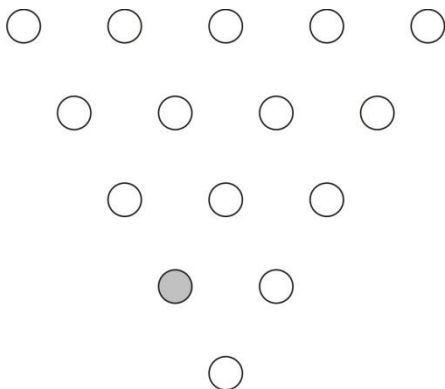
Jugadas: 54 51 32 52 55 44 41 22 44 (53
42 31). Éxito en 21

Jugadas: 54 51 32/54 41 21 44 22 55 41
(33 43 53). Éxito en 54

Jugadas: 54 51 32 54 41 44 22 55 52 (31
32 33). Éxito en 21

Casilla anulada 21

Si en el triángulo de 15 casillas anulamos la 21 (figura 3.2), se pueden realizar juegos dejando vacías las siguientes casillas: 11, 22, 31, 32, 33, 41, 43, 43, 44, 51, 52, 53, 54, 55. Sólo encontré solución si se deja libre la casilla 53, quedando las demás como un



*3.2 Triángulo disminuido de 14
casillas, anulada la 21*

reto para el hipotético estudioso de este nanolibro. Dejando libre la 33, encontré que se puede dejar inmobilizado el juego en sólo 4 jugadas,

cosa que podría ser un récord; y dejando libre la 52, no alcancé un éxito, pero sí a dejar dos fichas en el tablero. Queda pendiente el reto del éxito.

Casilla vacía 33

Jugadas: 55 42 33 11. El juego queda inmovilizado.

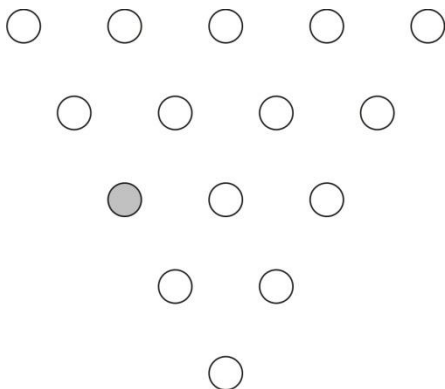
Casilla vacía 52

Jugadas: 54 51 32 52 44 41 54 (31 32 33) 11. Quedan la 33 y la 55

Casilla vacía 53

Jugadas: 55 52 33 54 51 11 44 41 31 (33 43 53). Éxito en 22

Jugadas: 55 52 33 54 51 11 (31 32 33) 41 44 53. Éxito en 31



*3.3 Triángulo disminuido de 14
casillas, anulada la 31*

Casilla anulada 31

Si en el triángulo de 15 casillas anulamos la 31 (figura 3.3), se pueden realizar juegos dejando vacías las

siguientes casillas: 11, 21, 22, 32, 33, 43, 44, 55. Encontré éxitos en los casos de dejar vacías las casillas 11, 32, 33 y 44.

Casilla vacía 11

Jugadas: 33 53 41 51 44 11 (33 43 53) 21 55 53. Éxito en 33

Casilla vacía 32

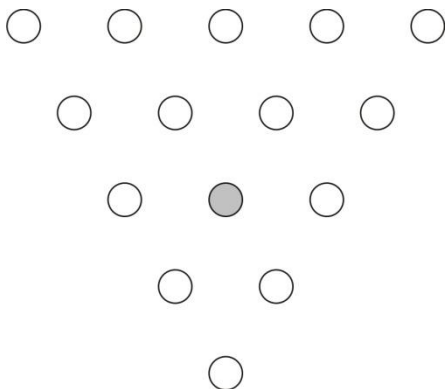
Jugadas: 54 41 (33 43 53) 11 21 51 (33 43 53) 55. Éxito en 33

Casilla vacía 33

Jugadas: 11 44 53 51 41 (33 43 53) 21 55 53 22. Éxito en 44

Casilla vacía 44

Jugadas: 22 53 44 11 41 51 (33 43 53) 55 21 53. Éxito en 33



*3.4 Triángulo disminuido de 14
casillas, anulada la 32*

Casilla anulada 32

Si en el triángulo de 15 casillas anulamos la 32 (figura 3.4), se pueden realizar juegos dejando vacías las

siguientes casillas: 11, 21, 31, 41, 42, 51, 52, 53. Sólo encontré éxito en el caso de dejar vacía la 31. Dejando la 21, la 51 y la 52, encontré la manera de dejar dos fichas.

Casilla vacía 31

Jugadas: 11 41 53 21 44 41 51 22 55 (33 43 53). Éxito en 54

Casilla vacía 21

Jugadas: 41 53 55 44 21 41 (33 43 53) 51 11. Quedan la 53 y la 33

Casilla vacía 51

Jugadas: 53 31 51 21 44 41 (33 43 53) 11 55. Quedan la 53 y la 33

Casilla vacía 52

Jugadas: 54 33 11 41 44 21 41 (33 43
53) 51. Quedan la 53 y la 55

Jugadas: 54 33 41 21 11 52 55 (33 43
53) 51. Quedan la 44 y la 31

Capítulo 4. Triángulo de 15 casillas

En el solitario triangular de 15 casillas (figura 1.1), el más conocido, se puede dejar vacía una de las casillas 11, 21, 31 o 32. Las demás son reflexiones o rotaciones de éstas. Para todas ellas hay éxitos, aunque no encontré sino dos admirados, a pesar de las muchas horas que pasé tratando de encontrar más.

Casilla vacía 11

Jugadas: 31 53 51 41 11 22 (31 42 53)
55 (53 43 33), Éxito en 44

Jugadas: 31 33 11 41 52 54 51 (33 43
53) 55 33 31. Éxito! En 11

Casilla vacía 21

Jugadas: (31 32 33) 11 51 52 (31 32 33)
55 (33 43 53). Éxito en 54

Jugadas: 41 53 51 (31 32 33) 54 55 22
(33 43 53) 11. Éxito en 33

Jugadas: 41 53 51 (33 43 53) 11 21 54
(31 32 33) 55. Éxito en 33

Jugadas: (31 42 53) 51/31 55 52 22 44
11 31 (33 43 53). Éxito en 54

Casilla vacía 31

Jugadas: 11 (31 32 33) 55 22 53 55 33
51 (31 42 53). Éxito en 52

Jugadas: 53 51 31 54 51 44 53 22 55 (31
32 33) 11. Éxito! en 31

Casilla vacía 32

Jugadas: 54 41 52 21 51 22 31 44/22 11
(33 43 53) 55. Éxito en 53

Capítulo 5. Jugadas finales

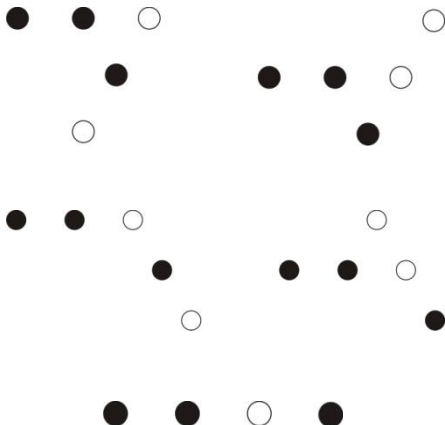
En cualquiera de los juegos descritos anteriormente hay una serie de jugadas finales, comunes a todos ellos, que si se conocen de antemano, se puede prever con más facilidad un final de éxito. La más trivial es la última, cuando quedan sólo dos fichas en el tablero. Tienen que estar juntas y formar línea recta con una casilla vacía, como se ve en la figura 5.1.



5.1 Jugada final

Si, por ejemplo, se quiere dejar una ficha en la casilla 32 para obtener un éxito admirado, en la penúltima jugada deben quedar, o bien 42 52, o bien 43

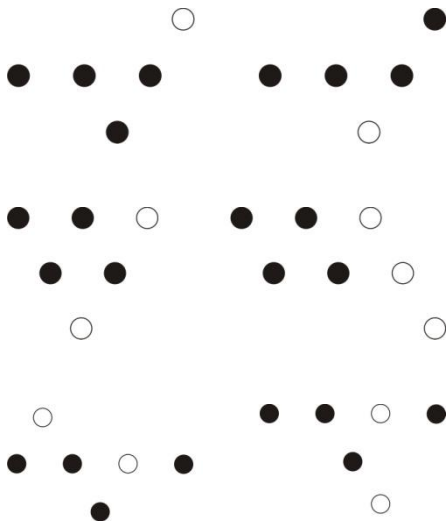
54. Y para que estas queden, debe haber una jugada anterior en la que quedan tres fichas en el tablero.



5.2 Posibles posiciones de las fichas en la penúltima jugada

En la figura 5.2 están representadas las disposiciones de tres fichas que llevarían a dejar una sola en el tablero.

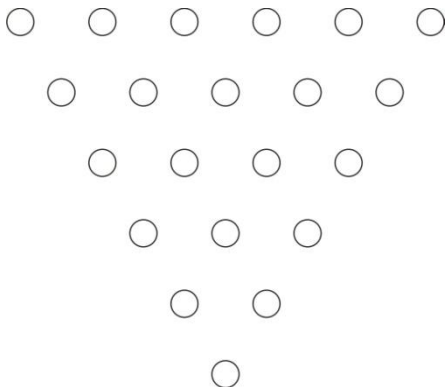
En la 5.3 hay algunas disposiciones de cuatro fichas que también desencadenarían en un éxito del juego.



*5.3 Disposiciones finales de cuatro fichas
que llevan a un éxito en el juego*

Capítulo 6. Solitarios de 21 y 28 fichas

Mi estudio del solitario triangular no ha terminado. Falta buscar estrategias de éxito para los de 21 y 28 casillas, un reto que no sé cuándo enfrentaré y que no es sólo mío. También el posible lector de este nanolibro puede aceptar ese reto y gustoso incluiré sus resultados en la próxima edición.



6.1 Solitario triangular de 21 casillas

Impreso en julio de 2014.
Edición de 2 ejemplares