ÓRBITA DE UN PROYECTIL ALREDEDOR DEL CENTRO DE LA TIERRA

Si la Tierra se esfumara y sólo quedaran su campo gravitatorio concentrado en el centro y su velocidad periférica, al dejar caer un cuerpo, éste arrancaría con una velocidad horizontal V, igual a la velocidad periférica de la desaparecida Tierra. Su trayectoria sería, entonces una órbita alrededor del centro. ¿Qué clase de órbita? Depende del valor de V

Si $V = 0$ la caída es en línea recta

Si $V = V_C$ en la que en la que $v_c = \sqrt{\frac{GM}{R}}$, la órbita es circular.

En la fórmula, *G* es la constante de gravitación $6{,}67 \times 10^{-11}$ *N m²/kg²*, *M* es la masa de la Tierra $5{,}97 \times 10^{24}$ *kg* y *R* el radio terrestre $6{,}378 \times 10^{6}$ *m*.

Si $0 < V < V_C$ entonces la órbita será elíptica.

Aplicando la fórmula obtenemos que V_C = 7901 *m/s* o 28443 *km/h*.

La velocidad periférica en el ecuador puede calcularse con el radio de la Tierra y la velocidad de giro que es una vuelta en 23 h 56 min. Se obtiene un valor de 465 m/s, mucho menor que la velocidad circular V_C por lo que la curva será una elipse.

Calculemos los parámetros de la elipse.

Energía específica en el punto de arranque ε

$$\varepsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{GM}{R}$$

Haciendo el cálculo obtenemos que $\varepsilon = -6{,}23 \times 10^{7}$ m^2/s^2

El semieje mayor de la elipse es

$$a = -\frac{GM}{2\varepsilon}$$

Reemplazando, obtenemos $a = 3{,}195 \times 10^{6} m$

El período orbital será

$$T = \frac{2\pi a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{GM}}$$

Reemplazando los valores obtenemos T = 1798 *s* o lo que es igual, 29,9 *min*

El radio en el perihelio r_p (el punto más cercano al centro) vale

$$r_p = R - 2a$$

Si reemplazamos los valores en esta última ecuación, obtenemos $r_p = 11068\ m$ o un poco más de 11 *km*

La excentricidad e se calcula con la siguiente fórmula:

$$e = 1 - \frac{r_P}{a}$$

y si reemplazamos los valores, obtenemos e = 0,9965

Un valor de 1 indicaría que es una parábola, o sea una curva abierta. Pero, al ser menor que 1 tenemos que la curva es una elipse, muy alargada puesto que le falta muy poco para llegar a una excentricidad de 1.

Conociendo la excentricidad, podemos calcular el semieje menor de la elipse por medio de la ecuación

$$b = a\sqrt{1 - e^2}$$

Reemplazando los valores, obtenemos b = 265291 *m* o lo que es lo mismo 265,2 *km*

En resumen, la trayectoria elíptica tiene los siguientes valores:

Período T = 29,9 *min*
Excentricidad e = 0,9965
Radio en el perihelio r_p = 11,07 *km*
Semieje mayor a = 3 194,5 *km*
Semieje menor b = 265,2 *km*